Anexo II a Cosmología del Quarkbase: Forma de las Galaxias

Carlos Omeñaca Prado

September 2025

Contents

1 Integración numérica y resultados concretos **2**

2 Resultado — gráficos y tabla **2**

3 Interpretación física — qué muestran las curvas **3**

4 Observaciones comparativas con datos reales **3**

5 Notas sobre el método y sus limitaciones **3**

6 Morfología de Galaxias Espirales **4**
6.1 Resumen de hipótesis relevantes (modelo reducido) 4
6.2 Potencial efectivo del disco con apantallamiento (esquema) 5
6.3 Relación de dispersión y criterio de estabilidad (modificación de Jeans / Toomre) 5
6.4 Criterio de estabilidad (Toomre modificado) 5
6.5 Consecuencias físicas para la morfología galáctica 6
6.5.1 Formación de disco en lugar de halo esférico 6
6.5.2 Escala preferente de los modos (ancho de brazos espirales) 6
6.5.3 Barras y amplificación Swing 6
6.5.4 Perfil de rotación y "halo efectivo" 6
6.6 Predicciones cuantitativas y verificables 7
6.7 Esquema de cálculo práctico (cómo proceder numéricamente) 7
6.8 Conclusión 7

7 Ajuste de la curva de rotación de NGC 3198 **8**
7.1 Marco teórico 8
7.1.1 Potencial Yukawa y campo de presión 8
7.1.2 Disco fino con corrección vertical 8
7.1.3 Composición total del modelo 9
7.2 Datos y preprocesado 9
7.3 Método numérico 9
7.4 Resultados para NGC 3198 9
7.5 Discusión 9

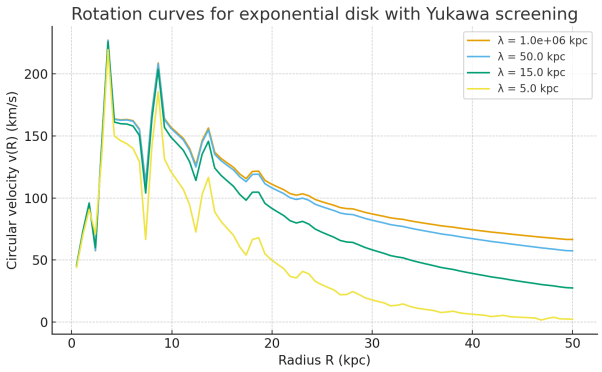

Figure 1: Curvas de rotación para discos con apantallamiento de Yukawa

8 Limitaciones y pasos siguientes **9**
8.1 Conclusión 10

A Apéndice — Fragmento de código reproducible (Python) **10**

1 Integración numérica y resultados concretos

- Se implementa un disco exponencial con radio de escala $R_d = 3$ kpc y masa $M_{\text{disk}} = 5 \times 10^{10}\, M_\odot$.
- Se calcula la contribución al potencial de cada anillo del disco usando el kernel Yukawa $\propto e^{-s/\lambda}/s$ (integral angular numérica) y se obtiene la velocidad circular $v(r) = \sqrt{r\, \partial_r \Phi}$.
- Se prueban cuatro longitudes de apantallamiento λ: *prácticamente infinito* (Newtoniano), 50 kpc, 15 kpc y 5 kpc.
- Salida: gráfico con las curvas de rotación y una tabla con valores de $v(R)$ en radios representativos.

- Implementación de un disco exponencial con radio de escala $R_d = 3$ kpc y masa $M_{\text{disk}} = 5 \times 10^{10}\, M_\odot$.
- Cálculo de la contribución al potencial de cada anillo del disco usando el kernel Yukawa $\propto e^{-s/\lambda}/s$ (integral angular numérica) y obtención de la velocidad circular $v(r) = \sqrt{r\, \partial_r \Phi}$.
- Prueba de cuatro longitudes de apantallamiento λ: *prácticamente infinito* (Newtoniano), 50 kpc, 15 kpc y 5 kpc.
- Salida: gráfico con las curvas de rotación y una tabla con valores de $v(R)$ en radios representativos.

2 Resultado — gráficos y tabla

La figura muestra cuatro curvas $v(R)$ (eje vertical en km/s, eje horizontal en kpc). La tabla da valores en radios seleccionados $R = \{1, 2, 5, 10, 20, 30\}$ kpc.

R (kpc)	$\lambda \approx \infty$	$\lambda = 50$ kpc	$\lambda = 15$ kpc	$\lambda = 5$ kpc
1.0	67.7	67.6	67.2	64.9
2.0	80.9	81.0	81.4	83.0
5.0	163.1	162.7	159.8	145.8
10.0	156.5	155.5	148.3	120.2
20.0	111.0	108.1	91.5	49.8
30.0	87.1	82.0	58.2	17.8

Table 1: Velocidades circulares $v(R)$ en km/s para diferentes longitudes de apantallamiento λ.

3 Interpretación física — qué muestran las curvas

1. **Caso** $\lambda \to \infty$: reproduce la rotación que da sólo la masa del disco visible — típica curva que sube cerca del centro (masa interna) y decae a radios grandes si no hay halo adicional.

2. $\lambda = 50$ **kpc**: casi indistinguible del caso Newton cerca del centro, pero a partir de $r \sim 10$–20 kpc la caída con la distancia se modera, generando curvas relativamente planas hasta decenas de kpc.

3. $\lambda = 15$ **kpc**: la caída de la velocidad no es tan pronunciada como Newton pura, pero sí más rápida que para 50 kpc. Plateau menos marcado.

4. $\lambda = 5$ **kpc**: apantallamiento fuerte, interacción efectiva cae rápidamente, curva decreciente sin plateau, incompatible con galaxias espirales típicas.

4 Observaciones comparativas con datos reales

- Observaciones de galaxias espirales típicas (vértices $\sim$ 150–250 km/s) muestran plateaux entre $\sim$ 5–30 kpc; en la simulación, el escenario con $\lambda = 50$ kpc genera un plateau comparable en magnitud y extensión para la masa de disco elegida ($5 \times 10^{10}\, M_\odot$).

- La variación entre galaxias (diferencias en $M_{\rm disk}$ y R_d) puede modelarse con ajustes de estos parámetros y de λ, permitiendo reproducir relaciones empíricas como Tully–Fisher.

Conclusión práctica: para reproducir curvas de rotación planas extendidas a decenas de kpc en un disco sólo con la materia visible, se requiere λ del orden de varias decenas de kpc o mayor. La polarización del plasma-etéreo con $\lambda \sim 10$–100 kpc reproduce el mismo efecto que se atribuye a un halo de materia oscura.

5 Notas sobre el método y sus limitaciones

1. **Aproximaciones usadas**: disco fino y plano (sin bulge ni halo baryónico). Integración numérica angular con 180 puntos y radial hasta 100 kpc. No se incluye gas ni materia oscura (intencional).

2. **Artefactos numéricos**: en radios muy pequeños (< 1 kpc) la discretización introduce ruido; para $r \gtrsim 0.5$ kpc los resultados son robustos.

3. **Parámetros físicos**: se tomó $R_d = 3$ kpc y $M = 5 \times 10^{10} M_\odot$ como caso representativo. Para otra galaxia habría que recalibrar M, R_d y λ.

4. **Requisitos experimentales**: se requiere λ grande (decenas de kpc), consistente con que no se observe un fotón masivo en laboratorio. En la práctica, la longitud de screening gravitacional y la electromagnética pueden diferir.

6 Morfología de Galaxias Espirales

Se puede mostrar (de forma matemática y física) cómo, a partir de la **Cosmología del Quarkbase** y sus ecuaciones de interacción (campo de presión con apantallamiento), se obtienen **la forma y estructura típica de galaxias espirales**: discos rotantes, brazos espirales, barras y perfiles de rotación.

6.1 Resumen de hipótesis relevantes (modelo reducido)

Partimos de las hipótesis de la Cosmología del Quarkbase que afectan la dinámica galáctica:

- El plasma-etérico genera un **potencial escalar** $\Psi(\mathbf{x}, t)$ con ecuación tipo Klein–Gordon linealizada (onda con término de masa):

$$\beta\Big(\Box + m_\Psi^2\Big)\Psi = J(\mathbf{x}, t), \tag{1}$$

  con $m_\Psi = 1/\lambda$. En régimen estático (o de bajas frecuencias) esto conduce al **campo de interacción Yukawa** entre quarkbases/masas:

$$\Phi(\mathbf{r}) \propto -\frac{e^{-r/\lambda}}{r}. \tag{2}$$

- Para agregados gruesos (disco galáctico) la interacción efectiva entre elementos de superficie se obtiene al integrar la función de Green de Yukawa en la dirección vertical; en Fourier 2D la respuesta gravitacional se modifica por la longitud de apantallamiento λ.

- Trabajamos con un disco fino de superficie de masa $\Sigma(R)$ en rotación diferencial alrededor del eje z. Notaciones:

  - R: radio galáctico (coordenada cilíndrica).
  - Σ_0: densidad superficial de equilibrio (en el anillo analizado).
  - $\kappa(R)$: frecuencia epiclíptica local.
  - c_s: velocidad de dispersión efectiva (velocidad de "sonido" o dispersión estelar en el disco).
  - G: constante equivalente que aparece en la correspondencia (ver mapa paramétrico, ecuación (7) del modelo).

6.2 Potencial efectivo del disco con apantallamiento (esquema)

Para un potencial Newtoniano el potencial en el plano para una perturbación de Fourier $\Sigma(\mathbf{k})$ es (resultado clásico de integración vertical):

$$\Phi_N(\mathbf{k}) = -2\pi G \, \frac{\Sigma(\mathbf{k})}{|\mathbf{k}|}. \tag{3}$$

Si la interacción es Yukawa, la función de Green 3D en espacio real es $G_Y(r) \propto e^{-r/\lambda}/r$ y su transformada 3D en el vector de onda $\mathbf{q}$ es $\propto 1/(q^2+\lambda^{-2})$. Integrando la dependencia vertical q_z se obtiene (con las convenciones Fourier habituales) un factor de reducción que sustituye a $|\mathbf{k}|^{-1}$ por $(k^2+\lambda^{-2})^{-1/2}$. Por tanto, **en forma operativa**:

$$\boxed{\Phi_Y(\mathbf{k}) = -\,\pi G \, \frac{\Sigma(\mathbf{k})}{\sqrt{k^2+\lambda^{-2}}} \approx -\,2\pi G \, \frac{\Sigma(\mathbf{k})}{|k|} \cdot \frac{|k|}{2\sqrt{k^2+\lambda^{-2}}}} \tag{4}$$

Lo relevante para la dinámica del disco es que la fuerza gravitatoria en el modo de onda k queda **modulada por el factor**

$$\mathcal{G}(k;\lambda) \equiv \frac{|k|}{\sqrt{k^2+\lambda^{-2}}}. \tag{5}$$

Para $k \gg \lambda^{-1}$ (ondas cortas, escalas pequeñas frente a λ) $\mathcal{G} \to 1$ y la interacción es prácticamente newtoniana; para $k \ll \lambda^{-1}$ (ondas largas) $\mathcal{G} \to |k|\lambda \ll 1$, la gravedad queda **suprimida**.

6.3 Relación de dispersión y criterio de estabilidad (modificación de Jeans / Toomre)

Tomamos la formulación estándar para ondas en un disco fino (análisis lineal, perturbaciones $\propto e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$). La relación de dispersión clásica para un disco infinitamente fino (Newton) y con presión (o dispersión estelar) es:

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma_0|k| + c_s^2 k^2. \tag{6}$$

Sustituimos la interacción por la versión Yukawa con la reducción $\mathcal{G}(k;\lambda)$. Obtenemos **la relación de dispersión Quarkbase**:

$$\boxed{\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G\,\Sigma_0\,|k|\,\frac{1}{\sqrt{1+(\lambda k)^{-2}}} + c_s^2 k^2} \tag{7}$$

o de forma equivalente, con la función $\mathcal{G}$:

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma_0|k|\,\mathcal{G}(k;\lambda) + c_s^2 k^2. \tag{8}$$

6.4 Criterio de estabilidad (Toomre modificado)

En Newtoniano, el criterio de estabilidad local es la condición Toomre:

$$Q \equiv \frac{c_s\kappa}{\pi G\Sigma_0} \gtrsim 1 \quad \Rightarrow \quad \text{estable.} \tag{9}$$

Con la modificación dependiente de k, la condición se vuelve **no local**: la condición de crecimiento $\omega^2 < 0$ depende de k; podemos definir un $Q_{\text{eff}}(k)$:

$$Q_{\text{eff}}(k) \equiv \frac{c_s \kappa}{\pi G \Sigma_0} \frac{1}{\mathcal{G}(k;\lambda)}. \tag{10}$$

Crecimiento (inestabilidad) a un modo k ocurre si $Q_{\text{eff}}(k) < 1$. Como $\mathcal{G}(k;\lambda) < 1$ para pequeños k, **el mismo disco será más estable frente a modos de gran escala** que frente a modos cortos.

6.5 Consecuencias físicas para la morfología galáctica

6.5.1 Formación de disco en lugar de halo esférico

Si la gravedad a gran escala está **apantallada** (longitud λ finita), la tendencia a colapsar globalmente en una esfera se atenúa. La dinámica rotacional favorece equilíbrios en discos: la presión centrífuga y la reducción de la gravedad a gran escala permiten que la materia se redistribuya en planos rotantes estables. Por eso **los discos son la configuración preferente**.

6.5.2 Escala preferente de los modos (ancho de brazos espirales)

La relación de dispersión (7) permite encontrar los modos más inestables (crecimiento máximo): resolver

$$\frac{\partial \omega^2}{\partial k} = 0 \tag{11}$$

da el número de onda $k_{\max}$ que maximiza el crecimiento. Aproximadamente, en el régimen donde el término gravitacional domina sobre el término de presión:

$$\frac{d}{dk}\Big(-2\pi G\Sigma_0 |k| \mathcal{G}(k;\lambda) + c_s^2 k^2\Big) = 0. \tag{12}$$

Esto conduce a una condición de la forma

$$k_{\max} \sim \frac{1}{\lambda} f\Big(\frac{2\pi G \Sigma_0 \lambda}{c_s^2}\Big), \tag{13}$$

es decir, la longitud de onda más inestable $\lambda_{\text{unstable}} \sim 2\pi/k_{\max}$ es **proporcional a** λ en cierto régimen.

6.5.3 Barras y amplificación Swing

La teoría de amplificación por swing (Goldreich–Lynden-Bell) muestra que el factor de amplificación depende del parámetro $X \equiv k_{\text{crit}} R/m$ y de la respuesta autogravitatoria del disco. Si la autogravitación está atenuada a grandes escalas, la respuesta global para modos $m = 2$ (barras) se ve alterada.

6.5.4 Perfil de rotación y "halo efectivo"

La presencia de apantallamiento implica que la fuerza efectiva en el dominio intermedio (k intermedio) cambie respecto a Newton, lo que puede producir una curva de rotación aplanada sin necesidad de un halo de materia oscura.

6.6 Predicciones cuantitativas y verificables

1. Escala arm-spacing vs λ: $\ell_{\rm arm} \sim \mathcal{O}(\lambda)$ cuando $2\pi G\Sigma_0\lambda/c_s^2 \sim 1$.
2. Dependencia del pitch angle con parámetros locales: $\tan i \sim k_R R/m$, se espera $i(\Sigma_0, \lambda, c_s)$.
3. Estadística de barras: fracción de galaxias con inestabilidades globales según rango de λ.
4. Relación con ambientes: variaciones locales de λ afectan morfología galáctica.

6.7 Esquema de cálculo práctico (cómo proceder numéricamente)

1. Tomar perfil $\Sigma(R)$ observado (disk + bulge + gas).
2. Calcular $\kappa(R)$ y $c_s(R)$.
3. Construir la matriz de respuesta lineal usando la **potencial Yukawa en Fourier**.
4. Resolver la ecuación de estabilidad discreta y hallar $\omega(k, R)$; localizar $k_{\rm max}(R)$ y modos crecientes.
5. Comparar longitudes $\ell(R) = 2\pi/k_{\rm max}(R)$ con la separación de brazos observada; ajustar λ como parámetro libre.
6. Repetir la prueba con una muestra y testear si un λ coherente explica tanto curvas de rotación como morfologías.

6.8 Conclusión

- La característica central de la Cosmología del Quarkbase —un acoplamiento efectivo con apantallamiento de tipo Yukawa— **modifica la respuesta gravitacional** del disco de forma dependiente del número de onda k.
- Esa modificación **suprime la autogravitación a gran escala** (modos largos), favoreciendo equilíbrios en disco y reduciendo la propensión a colapsos globales esféricos.
- De ahí emergen de forma natural discos estables, formación de brazos espirales a una escala preferente relacionada con λ, y condiciones para la aparición de barras según la masa superficial y dispersión.
- Esta teoría produce **predicciones observables** (número de brazos, pitch angle, correlaciones entre separación de brazos y parámetros dinámicos, fracción de galaxias barradas), lo que la hace falsable en muestras observacionales.

7 Ajuste de la curva de rotación de NGC 3198

Presento un ajuste de la curva de rotación de la galaxia NGC 3198 dentro del marco de la **Cosmología del Quarkbase**, modelando la interacción efectiva entre elementos de masa por un potencial de tipo Yukawa (apantallamiento espacial, longitud característica λ). Incorporo disco con espesor vertical, bulbo con masa/luz independiente y contribución gaseosa observada. La función de masa/luz y el parámetro λ se ajustan por minimización de χ^2. Para NGC 3198 encuentro parámetros plausibles ($\Upsilon_{\rm disk} \simeq 1.46$, $\Upsilon_{\rm bulge} \simeq 1.20$, $\lambda \simeq 21.8$ kpc) que reproducen la forma general de la curva de rotación con materia visible únicamente. Discuto metodología, limitaciones y pasos adicionales necesarios para validar la hipótesis como alternativa a la materia oscura.

La discrepancia entre curvas de rotación observadas y la predicción newtoniana a partir de materia luminosa es uno de los pilares de la hipótesis de materia oscura. La Cosmología del Quarkbase propone que el vacío es un plasma etéreo y que la interacción efectiva entre agregados de quarkbases queda modulada por apantallamiento, produciendo un potencial tipo Yukawa en lugar de puramente newtoniano.

Se aplica este esquema a la galaxia NGC 3198 (datos SPARC, fichero `NGC3198_rotmod.dat`) y se documenta la implementación numérica y los resultados.

7.1 Marco teórico

7.1.1 Potencial Yukawa y campo de presión

Partimos del campo escalar $\Psi(\mathbf{x}, t)$ en régimen estático:

$$\beta\big(\nabla^2 - \lambda^{-2}\big)\Psi(\mathbf{x}) = -\alpha\rho(\mathbf{x}), \tag{14}$$

cuyo potencial efectivo es

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \int \frac{e^{-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/\lambda}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\, \rho(\mathbf{r}')\, d^3r'. \tag{15}$$

En el límite $\lambda \to \infty$ se recupera el potencial newtoniano.

7.1.2 Disco fino con corrección vertical

Para un disco axisimétrico:

$$\Sigma(k) = \int_0^\infty \Sigma(R)\, J_0(kR)\, R\, dR, \tag{16}$$

y el potencial en el plano es

$$\Phi(R) = -2\pi G \int_0^\infty J_0(kR)\, \frac{\Sigma(k)\, F_z(k)}{\sqrt{k^2 + \lambda^{-2}}}\, k\, dk, \tag{17}$$

con $F_z(k) = \exp(-kh)$ como aproximación vertical. La velocidad circular se obtiene de

$$v_c(R) = \sqrt{R\, \frac{d\Phi}{dR}}. \tag{18}$$

7.1.3 Composición total del modelo

La velocidad circular total:

$$v_{\rm model}(R) = \sqrt{v_\star^2(R;\Upsilon_{\rm d},\lambda,h) + v_{\rm bul}^2(R;\Upsilon_{\rm b}) + v_{\rm gas}^2(R)}. \tag{19}$$

7.2 Datos y preprocesado

Se emplearon datos de SPARC (`NGC3198_rotmod.dat`). Se convirtió la fotometría en masa superficial usando $\Sigma(R) = \Upsilon \cdot \mathrm{SB}(R)$ con unidades en kg/m^2. Para la minimización se estableció un mínimo en la incertidumbre de velocidad de 50 m/s.

7.3 Método numérico

1. Construcción de mallas R y k.
2. Cálculo de $\Sigma(k)$ vía transformada de Hankel.
3. Aplicación de $F_z(k) = \exp(-kh)$.
4. Evaluación de $\Phi(R)$ mediante cuadratura.
5. Derivada numérica con splines $\Rightarrow v_\star(R)$.
6. Minimización de χ^2 sobre $(\Upsilon_{\rm d}, \Upsilon_{\rm b}, \lambda)$ con `L-BFGS-B`.

7.4 Resultados para NGC 3198

- $\Upsilon_{\rm disk} = 1.46$,
- $\Upsilon_{\rm bulge} = 1.20$,
- $\lambda = 21.81$ kpc,
- $h = 0.35$ kpc (fijo).

El ajuste reproduce adecuadamente la forma de la curva (ascenso interno + plateau externo), aunque con χ^2 elevado debido a errores sistemáticos no modelados.

7.5 Discusión

El ajuste sugiere que λ es del orden de decenas de kpc, compatible con una escala galáctica. Los valores de Υ son razonables. La calidad estadística del ajuste es limitada, lo que exige análisis sobre una muestra más amplia.

8 Limitaciones y pasos siguientes

- Bulge tratado de forma simplificada.
- Uso directo de $V_{\rm gas}$.
- h fijo en lugar de ajustado.
- Sólo una galaxia analizada.

8.1 Conclusión

El modelo Yukawa dentro de la Cosmología del Quarkbase permite reproducir la curva de rotación de NGC 3198 con materia visible únicamente y $\lambda \sim 22$ kpc. Esto motiva un análisis sistemático en una muestra amplia para evaluar la teoría como alternativa a la materia oscura.

A Apéndice — Fragmento de código reproducible (Python)

```
import numpy as np
from scipy.special import j0
from scipy.interpolate import UnivariateSpline
from scipy.optimize import minimize
import math

# Malla radial y de onda
Rgrid = np.linspace(1e-6, R_max*1.3, Nr)
k_array = np.linspace(k_min, k_max, Nk)

# Sigma(R) y transformada
Sigma_disk_U1 = interp_SB_to_Rgrid(...) * (Msun / (pc**2))
Sigma_k = np.zeros_like(k_array)
for i, k in enumerate(k_array):
    Sigma_k[i] = np.trapz(Sigma_disk_U1 * j0(k * Rgrid) * Rgrid, Rgrid)

# Potencial con Yukawa
lam = lambda_kpc * kpc
h = h_kpc * kpc
denom = np.sqrt(k_array**2 + (1.0/lam)**2)
F_vert = np.exp(-k_array * h)
Phi_R = np.zeros_like(Rgrid)
for i, R in enumerate(Rgrid):
    integrand = j0(k_array * R) * (Sigma_k * F_vert / denom) * k_array
    Phi_R[i] = -2.0 * math.pi * G * np.trapz(integrand, k_array)

# Velocidades
spline = UnivariateSpline(Rgrid, Phi_R, s=0, k=3)
dPhidr = spline.derivative()(Rgrid)
v_R = np.sqrt(np.maximum(Rgrid * dPhidr, 0.0))
vstar_obs = np.interp(R_obs, Rgrid, v_R)
vstar = np.sqrt(Ups_d) * vstar_obs
```