The redshift in Quarkbase Cosmology: el corrimiento al rojo en la Cosmología del Quarkbase

Carlos Omeñaca Prado

September 2025

Índice

1. El corrimiento al rojo en la Cosmología del Quarkbase

1.1. El punto de partida clásico

En cosmología estándar, el **corrimiento al rojo** se interpreta como un efecto de la expansión métrica:

$$1 + z = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_{\text{emit}}} = \frac{a(t_{\text{obs}})}{a(t_{\text{emit}})}$$

donde $a(t)$ es el factor de escala cósmico. Así, la luz de las galaxias lejanas se "estira" porque el propio espacio se expande.

1.2. Desde la Cosmología del Quarkbase

En la **Cosmología del Quarkbase**, el espacio-tiempo **no es un vacío geométrico**, sino un **medio oscilatorio discreto** (red quarkbase) con parámetros dinámicos:

- frecuencia natural de los modos: ω_0,
- compresibilidad efectiva: κ,
- densidad de nodos: ρ_q.

La propagación de una onda electromagnética (fotón = excitación del campo quarkbase) se da con un índice de refracción efectivo del medio:

$$n(t) = \sqrt{1 + \chi(t)}$$

donde $\chi(t)$ depende de la densidad y de la tensión de la red quarkbase.

1.3. Fórmula para el redshift en Quarkbase

La frecuencia observada se corrige por la variación temporal del índice del medio:

$$\frac{\nu_{\text{obs}}}{\nu_{\text{emit}}} = \frac{1}{n(t_{\text{obs}})} n(t_{\text{emit}})$$

lo que da el corrimiento al rojo:

$$1 + z = \frac{\nu_{\text{emit}}}{\nu_{\text{obs}}} = \frac{n(t_{\text{obs}})}{n(t_{\text{emit}})}$$

1.4. Interpretación física

En lugar de decir que "el espacio se estira", la teoría Quarkbase dice que:

- El **plasma etérico** se va **desestabilizando / relajando** con el tiempo,
- Eso cambia su respuesta oscilatoria $\to$ cambia el **índice de refracción quarkbase**,
- La consecuencia observable es la **elongación de la longitud de onda**.

En el límite en que $n(t) \sim a(t)$, se recupera la fórmula estándar de la relatividad general.

1.5. Ventajas del marco Quarkbase

1. El corrimiento al rojo se explica como un **efecto físico del medio**, no como una geometría abstracta.
2. Da lugar a posibles **desviaciones medibles** del modelo estándar: por ejemplo, un redshift con correcciones no lineales para distancias muy grandes:

$$z \approx H_0 \frac{d}{c} + \alpha \left(\frac{d}{\lambda_q} \right)^2$$

   donde λ_q es la longitud de correlación de la red quarkbase y α un coeficiente de no linealidad.
3. Esto abre la puerta a explicar fenómenos como la **aceleración aparente de la expansión cósmica** (supernovas tipo Ia) sin necesidad de postular energía oscura, sino como un efecto del **plasma-etérico en evolución**.

En la **Cosmología del Quarkbase**, el **corrimiento al rojo** no es "espacio que se estira", sino el resultado de que la **red etérica cambia sus propiedades dinámicas con el tiempo**. La luz, al propagarse, se ajusta a ese medio en evolución y aparece estirada en frecuencia.

2. Deducción matemática del corrimiento al rojo en la Cosmología del Quarkbase

2.1. Fundamentos

En Quarkbase la "luz" son **paquetes de excitación** del campo del plasma-etérico. Su relación frecuencia–onda (dispersión) está gobernada por parámetros locales del medio: una velocidad característica $c_s(t, \mathbf{x})$ y una masa efectiva del modo $m(t, \mathbf{x}) = 1/\lambda(t, \mathbf{x})$ (apantallamiento). Si esos parámetros cambian con el tiempo a lo largo de la trayectoria de la onda, la **frecuencia** de la onda medida por un observador también cambia. Ese cambio es la fuente del **corrimiento al rojo** en este marco: no geométrico (espacio que se estira) sino material (medio que varía).

2.2. Relación de Dispersión

Para las perturbaciones lineales del campo Ψ usamos la ecuación del tipo Klein–Gordon relativista (linealizada):

$$\omega^2 = c_s^2(t)\left(k^2 + m^2(t)\right), \tag{D1}$$

donde

- ω es la frecuencia (observada localmente en el marco del medio),
- k es el número de onda espacial (magnitud del vector de onda) en coordenadas físicas del medio,
- $c_s(t)$ es la velocidad característica de propagación en el plasma (análogo a "c" en el medio),
- $m(t) = \lambda(t)^{-1}$ es la masa efectiva del modo (apantallamiento).

Si $m = 0$ y c_s constante recuperas $\omega = c_s k$ (onda no dispersiva). Para $m \neq 0$ hay un *gap* de frecuencia $\omega_{\text{mín}} = c_s m$.

2.3. ¿Qué varía en el tiempo y qué se conserva?

Supongamos un medio **homogéneo espacialmente** sobre escalas grandes pero **con parámetros que varían lentamente en el tiempo**: $c_s = c_s(t)$, $m = m(t)$. Consideramos una onda propagando en ese medio.

- Si el medio es homogéneo en el espacio, el **número de onda físico** k **se conserva** en ausencia de fronteras (translational symmetry) —es la cantidad conjugada a la coordenada espacial.
- Pero la **frecuencia** $\omega(t)$ no es obligatoriamente constante; la relación (D1) implica $\omega(t) = c_s(t)\sqrt{k^2 + m^2(t)}$.

Por tanto **el cambio temporal de** c_s **o de** m provoca variación de ω.
(En situaciones con expansión métrica habría otra fuente de cambio de k; aquí la variación procede del medio.)

2.4. Frecuencia observada en este modelo homogéneo + adiabático

Si asumimos que la onda tiene un número de onda k que se mantiene constante durante la propagación (condición válida si el medio es homogéneo espacialmente y cambia lentamente con respecto a las oscilaciones —regla WKB/adiabática), entonces la **frecuencia local** en tiempo t es:

$$\boxed{\omega(t) \;=\; c_s(t)\sqrt{k^2 + m^2(t)}} \tag{D2}$$

Si el emisor en t_{emit} genera una onda con frecuencia $\omega_{\text{emit}} = \omega(t_{\text{emit}})$ y el observador la mide en t_{obs} con $\omega_{\text{obs}} = \omega(t_{\text{obs}})$, el redshift efectivo es

$$\boxed{1 + z \;=\; \frac{\omega_{\text{emit}}}{\omega_{\text{obs}}} \;=\; \frac{c_s(t_{\text{emit}})}{c_s(t_{\text{obs}})}\,\frac{\sqrt{k^2 + m^2(t_{\text{emit}})}}{\sqrt{k^2 + m^2(t_{\text{obs}})}}} \tag{D3}$$

Interpretación: la relación (D3) es la expresión central. Cambios en c_s y/o en m entre emisión y observación producen el corrimiento al rojo.

2.5. Límites útiles y casos físicos

(A) Límite corto de onda (alto k, $k \gg m$). Para fotones de longitud de onda mucho **menor** que la longitud de apantallamiento (λ), $k \gg m$. Entonces

$$\omega(t) \approx c_s(t)\, k, \qquad 1+z \approx \frac{c_s(t_{\rm emit})}{c_s(t_{\rm obs})}.$$

Esto implica que en el régimen de alta frecuencia la variación de la velocidad característica $c_s(t)$ domina el redshift.

(B) Límite largo de onda (bajo k, $k \ll m$). Si la onda tiene longitud comparable o mayor que λ (modos muy sub-ópticos),

$$\omega(t) \approx c_s(t)\, m(t) = \frac{c_s(t)}{\lambda(t)}.$$

Entonces

$$1+z \approx \frac{c_s(t_{\rm emit})/\lambda(t_{\rm emit})}{c_s(t_{\rm obs})/\lambda(t_{\rm obs})} = \frac{c_s(t_{\rm emit})}{c_s(t_{\rm obs})} \cdot \frac{\lambda(t_{\rm obs})}{\lambda(t_{\rm emit})}.$$

Aquí **la evolución de la longitud de apantallamiento** λ también entra multiplicativamente.

(C) Expansión pequeña / corrección lineal. Si los parámetros cambian poco entre emisión y observación, define pequeñas variaciones:

$$c_s(t_{\rm obs}) = c_s(t_{\rm emit})[1+\varepsilon_c], \qquad m^2(t_{\rm obs}) = m^2(t_{\rm emit})[1+\varepsilon_m],$$

con $|\varepsilon| \ll 1$. Expandiendo (D3) al primer orden,

$$\frac{\omega_{\rm obs}}{\omega_{\rm emit}} \approx (1+\varepsilon_c)\sqrt{\frac{k^2+m^2(1+\varepsilon_m)}{k^2+m^2}} \approx (1+\varepsilon_c)\Big[1+\frac{1}{2}\frac{m^2}{k^2+m^2}\varepsilon_m\Big].$$

Por tanto la fracción relativa:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \equiv \frac{\omega_{\rm obs}-\omega_{\rm emit}}{\omega_{\rm emit}} \approx \varepsilon_c + \frac{1}{2}\frac{m^2}{k^2+m^2}\,\varepsilon_m. \tag{D4}$$

En particular:

- si $k \gg m$: $\Delta\omega/\omega \approx \varepsilon_c$ (solo c_s importa),
- si $k \ll m$: $\Delta\omega/\omega \approx \varepsilon_c + \frac{1}{2}\varepsilon_m$.

2.6. Relación con índice de refracción n

Una forma de presentar la misma física es usando un índice efectivo $n(t)$ del medio definido por la velocidad de fase $v_p = \omega/k$:

$$v_p = \frac{\omega}{k} = c_s(t)\sqrt{1+\frac{m^2(t)}{k^2}} \;\Rightarrow\; n(t) \equiv \frac{c_{\mathrm{vac}}}{v_p(t)} \approx \frac{c_{\mathrm{vac}}}{c_s(t)}\left(1+\frac{m^2}{2k^2}\right)^{-1/2}.$$

Si tomamos $c_{\mathrm{vac}} = 1$ (unidades prácticas) y para $k \gg m$ se obtiene $n \approx 1/c_s(t)$. Entonces (D3) se reescribe (aproximadamente) como

$$1+z \approx \frac{n(t_{\mathrm{obs}})}{n(t_{\mathrm{emit}})},$$

igual que en el modelo de refracción que mencionamos antes.

2.7. Conservación de energía y transferencia al medio

En un tratamiento completo la energía de la onda no desaparece: cuando ω disminuye porque el medio cambia, la **diferencia de energía** puede ir al campo Ψ o al medio (calentamiento, excitación de modos locales). En términos de densidades:

- Energía por fotón $\propto \hbar\omega$.
- Si N fotones han perdido energía $\Delta E = N\hbar(\omega_{\mathrm{emit}} - \omega_{\mathrm{obs}})$, esa energía debe aparecer en el medio (cambios en energía interna del plasma, excitación de modos locales) o en la curvatura si la descripción cosmológica se toma completa.

La ley de conservación local se garantiza si se considera el acoplamiento total campo–medio y la ecuación de movimiento del medio (no hay pérdida física mágica).

2.8. Comparación con redshift cosmológico y observables discriminantes

- **Equivalencia formal:** si $c_s(t) \propto 1/a(t)$ y m se escala convenientemente, la expresión (D3) puede reproducir la relación estándar $1+z = a_{\mathrm{obs}}/a_{\mathrm{emit}}$. Por eso Quarkbase puede *reproducir* observables que normalmente se interpretan como expansión.
- **Predicción distintiva (falsable):** *dispersión cromática del redshift* —dependencia de z con la frecuencia de la luz. En la relatividad estándar el redshift cosmológico es **achromático** (independiente de la longitud de onda, salvo efectos locales de plasma ordinario). En Quarkbase, porque la fórmula (D3) depende de k, se espera una pequeña **dependencia espectral**: fotones de distinta frecuencia experimentan redshift distinto si k y m son comparables. Esto sería observable como un desvío en la relación redshift–distancia entre diferentes bandas (óptico vs radio, por ejemplo).
- **Otro test:** evolución temporal de $\lambda(t)$ produce desviaciones de la luminosity–distance de supernovas tipo Ia que podrían explicar (o modificar) la interpretación de "aceleración" sin energía oscura, pero eso exige ajustar parámetros y confrontar con SN, BAO y CMB.

2.9. Ejemplo numérico ilustrativo (orden de magnitud)

Supongamos un fotón óptico con longitud de onda $\lambda_{\text{ph}} \sim 500\,\text{nm}$. En unidades físicas $k = 2\pi/\lambda_{\text{ph}}$ es enorme comparado con escalas galácticas $m \sim 1/(20\,\text{kpc})$ (¡muy pequeño!). Por tanto para señales ópticas que atraviesan cambios cosmológicos en parámetros del plasma-etérico, típicamente $k \gg m$ y el efecto principal es la variación de c_s:

$$1 + z \approx \frac{c_s(t_{\text{emit}})}{c_s(t_{\text{obs}})}.$$

Eso explica por qué, si λ es astronómica (kpc–Mpc), la dependencia cromática es muy pequeña para óptico. Sin embargo, para **ondas muy largas** (radio de baja frecuencia o microondas con longitudes comparables a λ del medio) la dependencia en m puede ser notable.

2.10. Resumen operativo — fórmulas clave

- Dispersion: $\omega^2 = c_s^2(t)\,(k^2 + m^2(t))$. (D1)
- Observed redshift (homogéneo + adiabático): $1+z = \dfrac{c_s(t_{\text{emit}})}{c_s(t_{\text{obs}})} \dfrac{\sqrt{k^2 + m^2(t_{\text{emit}})}}{\sqrt{k^2 + m^2(t_{\text{obs}})}}$. (D3)
- Pequeña variación: $\dfrac{\Delta\omega}{\omega} \approx \varepsilon_c + \dfrac{1}{2}\dfrac{m^2}{k^2 + m^2}\varepsilon_m$. (D4)
- Límite corto de onda: $1 + z \approx c_s(t_{\text{emit}})/c_s(t_{\text{obs}})$.
- Límite largo de onda: $1 + z \approx \dfrac{c_s(t_{\text{emit}})/\lambda(t_{\text{emit}})}{c_s(t_{\text{obs}})/\lambda(t_{\text{obs}})}$.

2.11. Contraste con datos)

1. **Comparación achromática:** medir z en distintas bandas (radio, sub-mm, óptico) para la *misma* fuente y buscar diferencias sistemáticas fuera de lo explicable por plasma baryónico.
2. **Redshift–distance residuals:** ajustar supernovas tipo Ia con modelo Quarkbase (parametrizando evolución $c_s(t)$ y $\lambda(t)$) y comparar la necesidad de "dark energy".
3. **Dependencia en entornos:** comparar z de fuentes situadas en ambientes con distinta densidad (aglomeraciones vs vacíos): Quarkbase puede predecir pequeñas variaciones por la dependencia local de c_s y m.
4. **Espectros de lineas finas:** la dispersión cromática predice desviaciones en el desplazamiento de líneas en distintas frecuencias; espectros de alta resolución pueden poner cotas.

La diferencia conceptual principal con la cosmología estándar es que **el corrimiento al rojo es aquí un fenómeno material**: la luz "se vuelve roja" porque atraviesa y se adapta a un medio dinámico (el plasma-etérico), no porque el espacio en sí se haya estirado. Matemáticamente esto se expresa de manera simple y robusta por la dispersión (D1) y la fórmula (D3). En los límites adecuados (dependiendo de cómo c_s y m evolucionen) puedes recuperar la ley usual o obtener desviaciones falsables que permitan comprobar la teoría.

3. Derivación WKB y demostración de la conservación del "wave action" (invariante adiabático) en el marco de la Cosmología del Quarkbase

El objetivo es justificar rigurosamente la hipótesis que usamos antes: k **constante** (en un medio homogéneo temporalmente variable) y la validez de la aproximación adiabática que da la fórmula de redshift $\omega(t) = c_s(t)\sqrt{k^2 + m^2(t)}$ y la escala de la amplitud $A \propto \omega^{-1/2}$.

3.1. Ecuación de onda de partida (KG-medio)

Partimos de la ecuación lineal para la perturbación del campo $\Psi(\mathbf{x}, t)$ en un medio homogéneo pero con parámetros lentos dependientes del tiempo $c_s(t)$, $m(t)$:

$$\boxed{\partial_t^2 \Psi(\mathbf{x}, t) - c_s^2(t)\, \nabla^2 \Psi(\mathbf{x}, t) + c_s^2(t)\, m^2(t)\, \Psi(\mathbf{x}, t) = 0} \tag{1}$$

(Ésta es la forma no-covariante equivalente de la Klein–Gordon que usamos antes; reproduce la relación de dispersión $\omega^2 = c_s^2(k^2 + m^2)$ en medios constantes.)

El medio sólo varía en el tiempo (homogeneidad espacial), por lo que no hay potentes fuentes de retrodispersión espacial —esa es la condición que facilita la conservación de k.

3.2. Ansatz WKB (eikonal) y escala pequeña ε

Usamos una ansatz eikonal tipo WKB (pequeño parámetro adiabático $\varepsilon \ll 1$ que mide la lentitud de la variación del medio respecto al periodo de la onda):

$$\Psi(\mathbf{x}, t) = A(\mathbf{x}, t)\, \exp\!\left(\frac{i}{\varepsilon} S(\mathbf{x}, t)\right), \qquad A = O(1),\ S = O(1), \tag{2}$$

con ε formalmente pequeño. En la práctica $\varepsilon \sim \dfrac{1}{\omega T_{\mathrm{medium}}}$, donde T_{medium} es la escala de tiempo del cambio de c_s, m.

S es la fase rápida; A varía lentamente. En problemas homogéneos en $\mathbf{x}$ podemos tomar $S(\mathbf{x}, t) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \int^t \omega(t')dt'$, pero aquí hacemos el tratamiento general para obtener las ecuaciones de rayos y transporte.

3.3. Orden principal (ecuación de Hamilton–Jacobi / relación de dispersión)

Sustituimos (2) en (1) y recolectamos términos en potencias de ε. Al orden dominante $O(\varepsilon^{-2})$ se obtiene la **ecuación de eikonal (Hamilton–Jacobi)**:

$$(\partial_t S)^2 - c_s^2(t)\, |\nabla S|^2 + c_s^2(t)\, m^2(t) = 0. \tag{3}$$

Definiendo el **número de onda** $\mathbf{k} \equiv \nabla S$ y la **frecuencia** $\omega \equiv -\partial_t S$ (signo convencional), la (3) es exactamente la relación de dispersión local:

$$\boxed{\omega^2(\mathbf{x}, t) = c_s^2(t)\Big(|\mathbf{k}|^2 + m^2(t)\Big)}. \tag{4}$$

(4) es la generalización local de la dispersión usada antes. Si c_s, m varían lentamente, la relación es válida en cada punto como "instantánea".

3.4. Ecuaciones de rayos (características): conservación de k en medios homogéneos

Las características (ecuaciones de Hamilton) se obtienen diferenciando (3). Se escriben de forma canónica como

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{x}}{dt} = \nabla_{\mathbf{k}}\,\omega(\mathbf{k},\mathbf{x},t) \qquad \text{(velocidad de grupo } \mathbf{v}_g\text{)}, \\ \dfrac{d\mathbf{k}}{dt} = -\nabla_{\mathbf{x}}\,\omega(\mathbf{k},\mathbf{x},t). \end{cases} \tag{5}$$

En nuestro caso asumimos **homogeneidad espacial del medio** (no depende de $\mathbf{x}$), por tanto $\nabla_{\mathbf{x}}\omega = 0$ y de (5) se obtiene

$$\boxed{\frac{d\mathbf{k}}{dt} = 0 \;\Rightarrow\; \mathbf{k}(t) = \mathbf{k}_0 \quad \text{(constante)}}. \tag{6}$$

Es decir: **el número de onda espacial se conserva**. La rapidez con que el medio cambia en el tiempo no afecta esta conservación si el medio es espacialmente uniforme.

Si el "éter" cambia solo globalmente con el tiempo (no hay grumos locales), la "dirección" y longitud de onda local (k) de una cresta se mantienen; lo que cambia es la frecuencia instantánea (la oscilación temporal) porque el oscilador local varía en su "rigidez".

3.5. Ecuación de transporte para la amplitud A

Al orden siguiente $O(\varepsilon^{-1})$ sale la ecuación de transporte para A. Tras el álgebra habitual (despreciando términos de segundo orden en derivados lentos), se obtiene la ecuación de transporte general:

$$\partial_t\big(\omega A^2\big) + \nabla\cdot\big(\mathbf{v}_g\,\omega A^2\big) = 0, \tag{7}$$

donde $\mathbf{v}_g = \nabla_{\mathbf{k}}\omega$ es la velocidad de grupo. Esta forma expresa **conservación local del wave-action** $\mathcal{J} \equiv \omega A^2$ transportado por las rayos.

En el caso homogéneo (sin dependencia espacial), (7) reduce a

$$\frac{d}{dt}\big(\omega A^2\big) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega(t)\,A^2(t) = \text{const.}}. \tag{8}$$

o, equivalentemente,

$$\boxed{A(t) \propto \omega(t)^{-1/2}}. \tag{9}$$

(8) dice que la acción por unidad de volumen (proporcional a la energía por frecuencia) se conserva mientras el medio evoluciona adiabáticamente: si la frecuencia baja, la amplitud aumenta según $A \sim 1/\sqrt{\omega}$ para mantener la acción.

3.6. Cálculo explícito del transporte

Si partimos de la ecuación reducida que obtuvimos al insertar $\Psi = Ae^{i\theta}$ en (1): al cancelar orden dominante (la parte que satisface la relación de dispersión), aparece la ecuación aproximada

$$\ddot{A} - 2i\omega\dot{A} - i\dot{\omega}A \approx 0.$$

Negligenciando $\ddot{A}$ (orden smaller en ε) conduce a

$$2\omega\dot{A} + \dot{\omega}A = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt}(\omega A^2) = 0,$$

que es exactamente (8).

3.7. Conexión con la densidad energética y la acción

Podemos calcular la **energía por unidad de volumen** asociada a la onda (promedio temporal) usando el tensor de energía del campo. Para la ecuación (1) la densidad media de energía por ciclo viene:

$$u_{\text{wave}} = \frac{\beta}{2}\,\omega^2 A^2, \tag{10}$$

donde β es la constante de acoplamiento energética que ya usamos en el lagrangiano. (La derivación es: promedio temporal de $\frac{\beta}{2}[(\partial_t\Psi)^2 + c_s^2(|\nabla\Psi|^2 + m^2\Psi^2)]$ y usar la dispersión para simplificar.)

Definimos la **wave action density** $\mathcal{I} \equiv u_{\text{wave}}/\omega$. Usando (10):

$$\mathcal{I} = \frac{u_{\text{wave}}}{\omega} = \frac{\beta}{2}\,\omega A^2 \;\propto\; \omega A^2.$$

La ecuación de transporte (7) es equivalente a la conservación local

$$\partial_t\mathcal{I} + \nabla\cdot(\mathbf{v}_g\mathcal{I}) = 0,$$

es decir, la acción (energía/ frecuencia) se transporta con la velocidad de grupo y se conserva adiabáticamente.

Conservar la acción es la contrapartida para ondas de la conservación del número de fotones en ausencia de absorción: si la frecuencia baja, el número efectivo de quanta permanece, y la amplitud se ajusta.

3.8. Condiciones de validez (criterios adiabáticos)

Para que todo lo anterior sea consistente y útil en aplicaciones cosmológicas/astrofísicas debemos exigir:

1. **Adiabaticidad temporal:** cambios del medio lentos frente al periodo de la onda

   $$\left|\frac{\dot{\omega}}{\omega^2}\right| \ll 1.$$

   (Equivalente a $\varepsilon \ll 1$.)

2. **Homogeneidad espacial (o variación espacial lenta):**

   $$\left|\frac{\nabla\omega}{k\omega}\right| \ll 1,$$

   para que las correcciones de refracción y reflexión sean pequeñas. En particular, si el medio no depende de $\mathbf{x}$ entonces $\nabla\omega = 0$ y $\mathbf{k}$ se conserva exactamente.

3. **Pequeña disipación y nolinealidad:** términos disipativos (amortiguamiento) o no lineales fuertes invalidan la conservación exacta de la acción; en esos casos hay pérdidas/transferencias de energía al medio.

4. **Separación de escalas:** la longitud característica L de variación del medio debe satisfacer $L \gg \lambda_{\text{wave}}$ (longitud de onda), y el tiempo característico T de variación del medio satisface $T \gg T_{\text{wave}} = 2\pi/\omega$.

Interpretación: en condiciones astrofísicas típicas (ondas ópticas con ω enorme y medio que evoluciona en escalas cosmológicas muy largas) estas condiciones suelen cumplirse muy bien, por eso la aproximación WKB/adiabática es robusta.

3.9. Consecuencia directa: justificación de k constante y de la fórmula del redshift

- Si el medio es **homogéneo espacialmente** (o cambia espacialmente mucho más lento que la longitud de onda) entonces por (5) y (6) $\mathbf{k}$ se conserva: **el número de onda espacial es constante** —justificación formal de la hipótesis previa.

- Bajo las condiciones adiabáticas, la energía y la frecuencia de la onda se relacionan por la dispersión local (4), y la amplitud varía como $A \propto \omega^{-1/2}$ (9) para conservar la acción. Esto permite escribir la relación de redshift que dimos:

$$1 + z = \frac{\omega(t_{\text{emit}})}{\omega(t_{\text{obs}})} = \frac{c_s(t_{\text{emit}})\sqrt{k^2 + m^2(t_{\text{emit}})}}{c_s(t_{\text{obs}})\sqrt{k^2 + m^2(t_{\text{obs}})}}.$$

  Todo ello está respaldado por el WKB y por la conservación de wave action.

3.10. ¿Qué falla si las condiciones no se cumplen?

- Si el medio tiene **saltos bruscos** (fronteras, nódulos, estructuras pequeñas comparables con la longitud de onda), se producen **reflexiones, dispersión y cambios de k**: entonces la hipótesis $k = \text{const}$ ya no es exacta; habría que resolver problemas de transmisión/reflexión o hacer matching entre regiones.

- Si existe **disipación** (amortiguamiento fuerte), la energía se transfiere irreversiblemente al medio; la acción ya no se conserva y la amplitud decae más rápido de $\omega^{-1/2}$. Esto produce además calentamiento del plasma-etérico local.

- Si la **no linealidad** (términos Ψ^3, Ψ^4) es importante, la interacción entre modos genera transferencia espectral (scattering entre k-modos) y la simple descripción WKB lineal ya no es suficiente.

3.11. Esquema operativo

1. **WKB + homogeneidad espacial** $\Rightarrow$ $\mathbf{k} = \textbf{const.}$ (justificación formal).

2. **Transporte de amplitud** $\Rightarrow \omega A^2 = \textbf{const.} \Rightarrow A \propto \omega^{-1/2}$ (conservación de wave action).

3. **Dispersión local** $\Rightarrow \omega(t) = c_s(t)\sqrt{k^2 + m^2(t)}$ y por lo tanto la fórmula de redshift usada antes queda *fundada* por un argumento riguroso.

4. Condición de validez: $|\dot{\omega}|/\omega^2 \ll 1,\ L \gg \lambda_{\text{wave}}$, y disipación/necesidad de linealidad controlada.

3.12. Comentario final

En palabras sencillas: cuando una cresta de onda atraviesa un "éter" que cambia muy despacio, la distancia entre las crestas (longitud de onda espacial) **no** se altera —esa característica queda "pegada" a la onda—; lo que cambia es la velocidad con la que oscilan (frecuencia), y la amplitud se ajusta para conservar una cantidad física (la acción). Esa conservación es lo que permite traducir cambios del medio en un corrimiento de frecuencia que, para un observador, **es exactamente** el corrimiento al rojo del que veníamos hablando. El WKB nos muestra exactamente cuándo y por qué esa imagen es válida.